MINISTERE DE L'EQUIPEMENT
×II8× ET
DE L'AMENAGEMENT DU TERRITOIRE

E.I. T.P.E. 1977

EPREUVE PRATIQUE DE MATHEMATIQUES

(temps accordé : 2 heures)

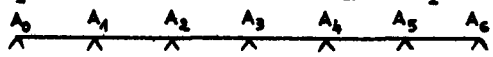
Avertissement :

Il est instamment conseillé aux candidats de répondre strictement aux questions posées et de ne rechercher aucune démonstration mathématique hors sujet.

La disposition des calculs et la présentation interviendront dans l'appréciation de la copie. Tous les calculs doivent figurer sur celle-ci. Les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.

Thème :

Le but est de calculer les efforts subis par une poutre rectiligne horizontale de section constante, soumise à une charge uniforme et posée sur des appuis équidistants dont un à chaque extrémité.

Exemple : 

6 travées, 7 appuis.

Soit $A_0, A_1, \ldots\ldots, A_{n-1}, A_n$ les $(n+1)$ appuis pour n travées.

Les efforts sont caractérisés par des termes M_i et R_i associés aux appuis A_i pour tout i de 0 à n.

PREMIERE PARTIE

Les termes M_i sont les solutions du système linéaire $M^{(n)}$ suivant :

$$M^{(n)} \quad \begin{cases} M_{i-1} + 4\,M_i + M_{i+1} = -\frac{1}{2} & \text{pour } i = 1 \text{ à } n-1 \\ M_0 = M_n = 0 \end{cases}$$

On admettra que la solution est unique.

I.1 - Que peut-on dire de M_i et M_{n-i} ?

I.2 - Résoudre les systèmes $M^{(2)}$, $M^{(3)}$ et $M^{(4)}$
Pour ne pas confondre les solutions des divers systèmes, on leur donnera double indice : $M_i^{(n)}$

.../...

I.3 - Vérifier que, d'une façon générale,

$$M_i^{(n)} = a_n(\alpha)^i + b_n(\beta)^i + c$$

où α et β sont les racines de l'équation $x^2 + 4x + 1 = 0$.
On prendra $|\alpha| > |\beta|$

Donner les valeurs ou expressions de c, a_n et b_n en vérifiant notamment M_0 et M_n .

I.4 - Résoudre par la formule I.3 le système $M^{(5)}$.

DEUXIEME PARTIE

Les termes R_i sont les solutions du système linéaire $R^{(n)}$ suivant :

$$R^{(n)} \begin{cases} R_{i-1} + 4\,R_i + R_{i+1} = 6 & \text{pour } i = 2 \text{ à } n-2 \\ 6\,R_0 + R_1 = \frac{7}{2} \text{ et } R_{n-1} + 6\,R_n = \frac{7}{2} \\ \Sigma_{i=0}^{i=n} R_i = n \quad \text{et} \quad \Sigma_{i=0}^{i=n} i\,R_i = \frac{n^2}{2} \end{cases}$$

On admettra que la solution est unique.

II.1 - Que peut-on dire de R_i et R_{n-i} ?

II.2 - Résoudre les systèmes $R^{(2)}$, $R^{(3)}$ et $R^{(4)}$.

II.3 - Soit le système linéaire $X^{(n)}$ constitué par :

$$X^{(n)} \begin{cases} X_{i-1} + 4\,X_i + X_{i+1} = 6 & \text{pour } i = 1 \text{ à } n-1 \\ X_0 = X_n = \frac{1}{2} \end{cases}$$

On admettra que la solution est unique.
Résoudre les systèmes $X^{(2)}$, $X^{(3)}$ et $X^{(4)}$.

II.4 - Comparer $X_i^{(n)}$ et $R_i^{(n)}$ pour $i \neq 0$ et $i \neq n$ dans II.3 et II.2.
On admettra que la loi constatée se généralise pour n quelconque.

II.5 - Montrer que $X_i^{(n)} = A\,M_i^{(n)} + B$

où A et B sont des constantes que l'on déterminera.
Donner les relations entre $R_i^{(n)}$ et $M_i^{(n)}$ pour i = 1 à n-1, entre $R_0^{(n)}$ et $M_1^{(n)}$ et entre $R_n^{(n)}$ et $M_{n-1}^{(n)}$.

II.6 - Donner par II.5 la solution du système $R^{(5)}$.

FIN

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail